Real Bermúdez Jesús M.

June 8, 2003

1. Ejercicios de la sección 3.4

13. Sea G grupo, $Int(G)$ el grupo de automorfismos internos de G. Demuestre que $G/Z(G) \approxeq Int(G)$.

Demostración

Sea $\varphi : G \to Int(G)$ y $\varphi(g) = i_g$
φ es homomorfismo, pues $\varphi(gh) = i_{gh} = i_g \circ i_n = \varphi(g) \circ \varphi(h)$.
φ es isomorfismo:
Sea $f \in Int(G) \Rightarrow$ existe $g \in G$ tal que $\varphi_g = f \Rightarrow \varphi(g) = \varphi_g = f$.
Dado $g \in N_\varphi \Leftrightarrow i_g = e_G \Leftrightarrow i_g(x) = gxg^{-1} = x \quad \in G \quad \Leftrightarrow \quad gx = xg \forall x \in G \Leftrightarrow g \in Z$
Por lo tanto $N_\varphi = Z$ y por el primer teorema de isomorfismos: $G/Z \approxeq Int(G)$.

q.e.d.