

Real Bermúdez Jesús M.

4 de mayo de 2003

Ejercicios de las notas de la sección 2.4 de subgrupos normales

1. Si G es un grupo finito y $H < G$ entonces $o(H) | o(G)$.

Demostración

Tenemos que $[G : H] < \infty$. Sea $k = [G : H]$ y sean C_1, C_2, \dots, C_k las distintas clases laterales de H en G .

$$\Rightarrow o(G) = \sum_{i=1}^k o(C_i) = \sum_{i=1}^k o(H) = k \cdot o(H) \Rightarrow o(H) | o(G)$$

q.e.d.

2. Si G es un grupo finito y $a \in G$ entonces $o(a) | o(G)$ y $a^{o(G)} = e$.

Demostración

$H = \langle a \rangle = \{e, a, \dots, a^{n-1}\}$ donde $n = o(a)$. Por el ejercicio anterior $n = o(H) | o(G) \Rightarrow o(G) = nq, q \in \mathbb{N} \Rightarrow a^{o(G)} = (a^n)^q = e$.

q.e.d.